

**Преобразование  
логических  
выражений**

# Вспомним правила

Определите истинность формул:

1)  $1 \Rightarrow 0$

2)  $0 \Rightarrow 0$

3)  $1 \Rightarrow 1$

4)  $0 \Leftrightarrow 1$

5)  $0 \Leftrightarrow 0$

6)  $(1 \wedge 0) \Rightarrow 0$

7)  $(1 \wedge 1) \Rightarrow 1$

8)  $(0 \wedge 1) \Rightarrow (1 \wedge 0)$

9)  $(0 \wedge \neg 1) \Leftrightarrow 0$

10)  $(\neg 1 \vee 0) \Rightarrow 1$

11)  $(0 \vee \neg 0) \Leftrightarrow (1 \vee \neg 1)$

12)  $(1 \wedge 1 \vee 0) \Leftrightarrow 0$

# ТАВТОЛОГИЯ

всегда истинное выражение

Например, докажем, что

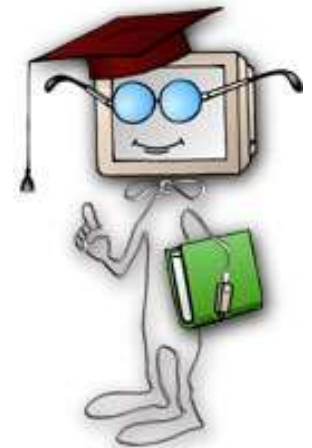
$$(X \wedge Y) \rightarrow (X \vee Y)$$

является тавтологией

# ТАВТОЛОГИЯ

**всегда истинное выражение**

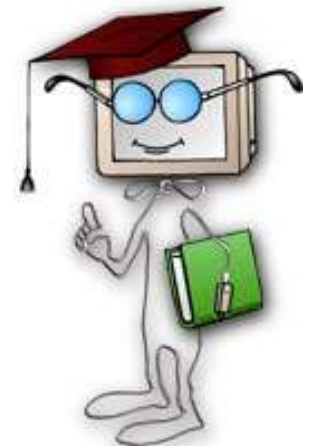
Некоторые тавтологии являются  
логическими законами.



# Закон тождества

Всякое высказывание тождественно  
самому себе

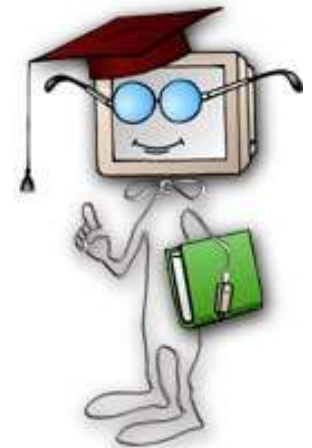
$$A \equiv A$$



# Закон непротиворечия

Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным. Если высказывание  $A$  — истинно, то его отрицание *не*  $A$  должно быть ложным. Следовательно, логическое произведение высказывания и его отрицания должно быть ложно

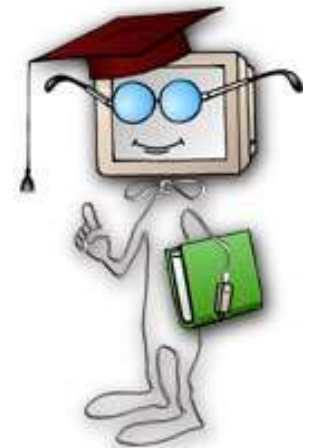
$$\neg A \wedge A = 0$$



# Закон исключенного третьего

Высказывание может быть либо истинным, либо ложным, третьего не дано. Это означает, что результат логического сложения высказывания и его отрицания всегда принимает значение истина

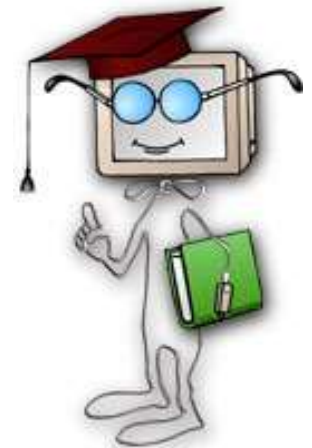
$$\neg A \vee A = 1$$



# Закон двойного отрицания

Если дважды отрицать некоторое высказывание, то в результате мы получим исходное высказывание

$$\neg\neg A = A$$



# Законы Моргана

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$



# Правило коммутативности.

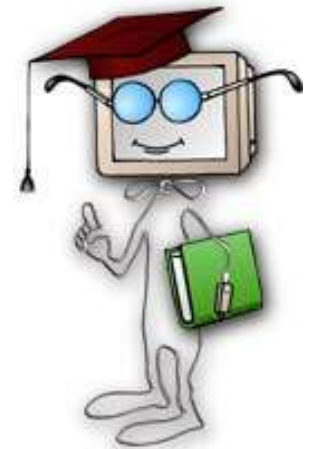
$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

В алгебре:

$$ab=ba$$

$$a+b = b+a$$



# Правило ассоциативности

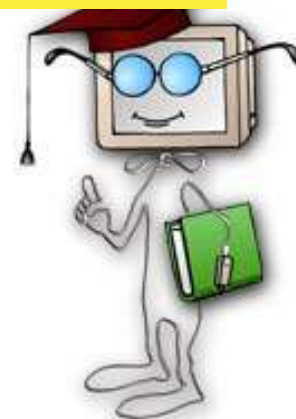
$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

В алгебре:

$$(ab)c = a(bc)$$

$$(a+b)+c = a+(b+c)$$

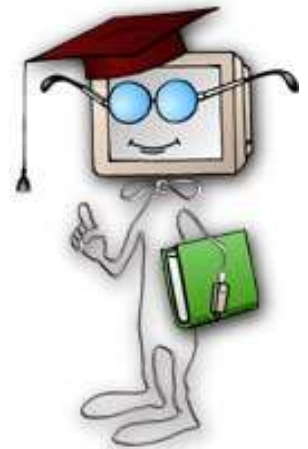


# Правило дистрибутивности

$$A \wedge (B \vee C) = A \wedge B \vee A \wedge C$$

В алгебре:

$$a(b+c) = ab+ac$$



# ПОДУМАЙ

$$A \vee 1 = ?$$

$$A \wedge 1 = ?$$

$$A \wedge 0 = ?$$

$$A \vee 0 = ?$$

$$A \vee 1 = 1$$

$$A \wedge 1 = A$$

$$A \wedge 0 = 0$$

$$A \vee 0 = A$$

# РЕШИМ ЗАДАЧИ



Упростить  
логическое  
выражение

$$(A \& B) \vee (A \& \neg B)$$

$$= A$$

Попробуйте привлечь на  
помощь алгебру.

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$A \wedge (B \vee C) = A \wedge B \vee A \wedge C$$

# РЕШИМ ЗАДАЧИ



Упростить  
логическое  
выражение:

$$\overline{x \vee y} \wedge (x \wedge \overline{y})$$

$$= 0$$

Попробуйте привлечь на  
помощь алгебру.

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$A \wedge (B \vee C) = A \wedge B \vee A \wedge C$$

# РЕШИМ ЗАДАЧИ



Упростить  
логическое  
выражение:

$$\overline{x} \& y \vee \overline{x \vee y} \vee x$$

$$= 1$$

Попробуйте привлечь на  
помощь алгебру.

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$A \wedge (B \vee C) = A \wedge B \vee A \wedge C$$

# РЕШИМ ЗАДАЧИ



Упростить  
логическое  
выражение:

$$(x \vee y) \& (\bar{x} \vee y) \& (\bar{x} \vee \bar{y})$$
$$= y \& \bar{x}$$

Попробуйте привлечь на  
помощь алгебру.

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$A \wedge (B \vee C) = A \wedge B \vee A \wedge C$$

# РЕШИМ ЗАДАЧИ



Упростить  
логическое  
выражение:

$$x \wedge \bar{y} \vee \bar{x} \wedge y \wedge z \vee x \wedge z$$

$$= x \wedge \bar{y} \vee y \wedge z$$

Попробуйте привлечь на  
помощь алгебру.

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$A \wedge (B \vee C) = A \wedge B \vee A \wedge C$$

Подсказка: последнее слагаемое  
умножить на единицу, т.е. на  $(\bar{y} + y)$

# РЕШИМ ЗАДАЧИ



Упростить  
логическое  
выражение:

$$\overline{x \& y \vee z}$$

$$= (\overline{x} \vee \overline{y}) \& z$$

Попробуйте привлечь на  
помощь алгебру.

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$A \wedge (B \vee C) = A \wedge B \vee A \wedge C$$

# РЕШИМ ЗАДАЧИ



Упростить  
логическое  
выражение:

$$x \wedge y \vee x \wedge y \wedge z \vee x \wedge z \wedge p$$

$$= x \wedge (y \vee p)$$

Попробуйте привлечь на  
помощь алгебру.

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$A \wedge (B \vee C) = A \wedge B \vee A \wedge C$$

# Домашнее задание

1. Докажите справедливость законов Моргана, используя таблицы истинности.
2. Упростите логические выражения с учетом правильной последовательности выполнения логических операций:

- $(A \vee \neg A) \& B$
- $A \& (A \vee B) \& (C \vee \neg B)$
- $A \& \neg B \vee B \& C \vee \neg A \& \neg B$
- $A \vee \neg A \& B$

